**MatheGrafix-Hilfe: Stochastik**

**Inhalt der Webseiten**

* [**https://www.mathegrafix.de/tutorial/stoch3a.html**](https://www.mathegrafix.de/tutorial/stoch3a.html) **und**
* **<https://www.mathegrafix.de/tutorial/stoch4a.html>**

**von Roland Hammes**

**Inhalt: Verteilungen**

## Aufgaben: Normalverteilung

1. **Aufgaben zur Standardnormalverteilung - 2 -**
2. **Aufgaben zur Normalverteilung mit µ=33,8 und σ=5,2 - 4 -**

## Aufgaben: Binomialverteilung

1. **Aufgaben zur Binomialverteilung mit Tabellen - 5 -**
2. **Aufgaben zur Binomialverteilung mit der Näherungsformel   
   von de Moivre-Laplace - 6 -**

## Aufgaben: Normalverteilung

Auf dieser Seite findet man zwei Grundaufgaben zur Standardnormalverteilung und zu einer beliebigen Normalverteilung.

#### Information: Die Tabellen der Formelsammlung werden nicht mehr benötigt!

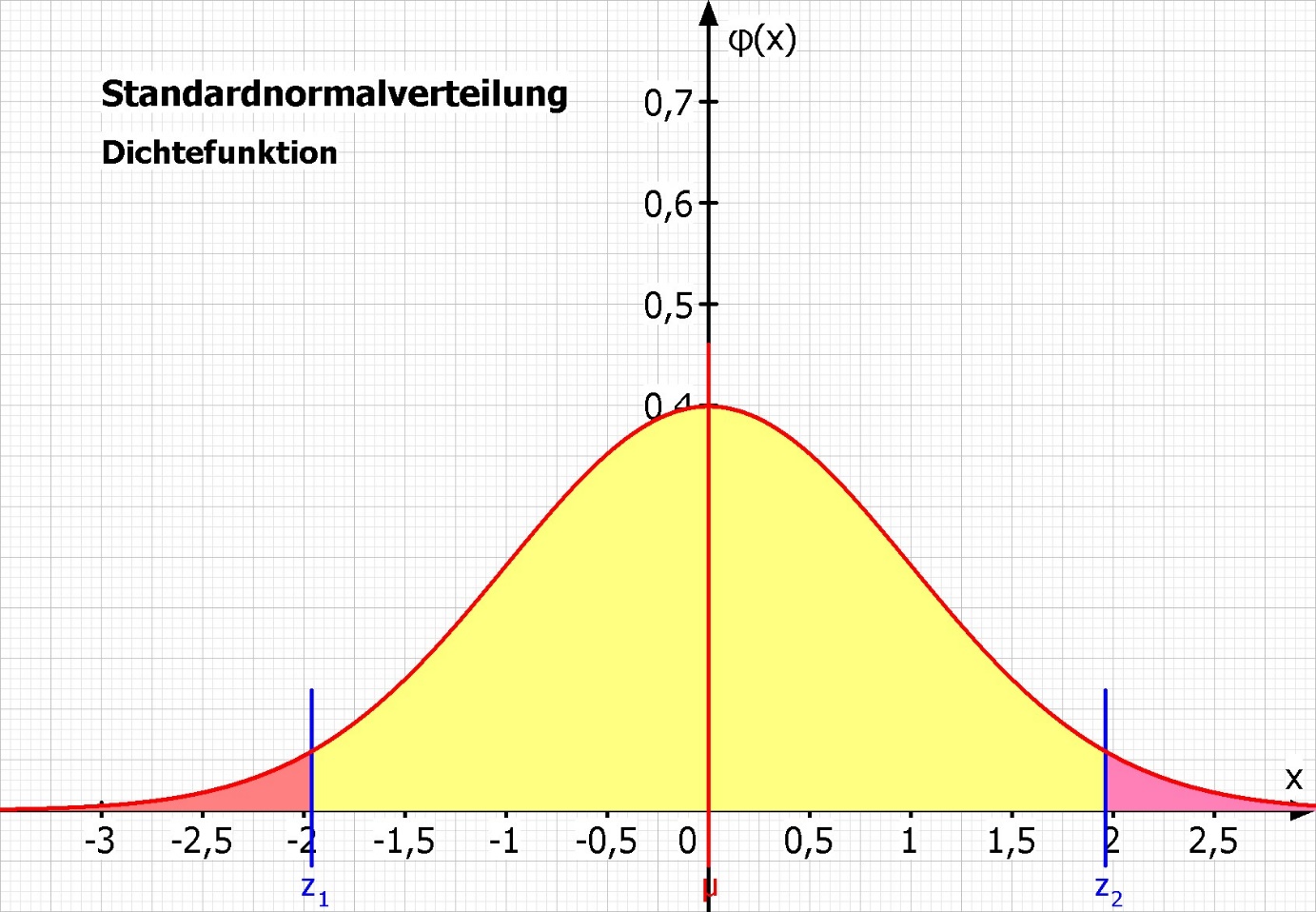
MatheGrafix macht das Nachschlagen in den Tabellen der Formelsammlung überflüssig: Die Tabelle der Standardnormalverteilung ist in MatheGrafix integriert, d.h. MatheGrafix rechnet mit genau diesen Tabellenwerten.

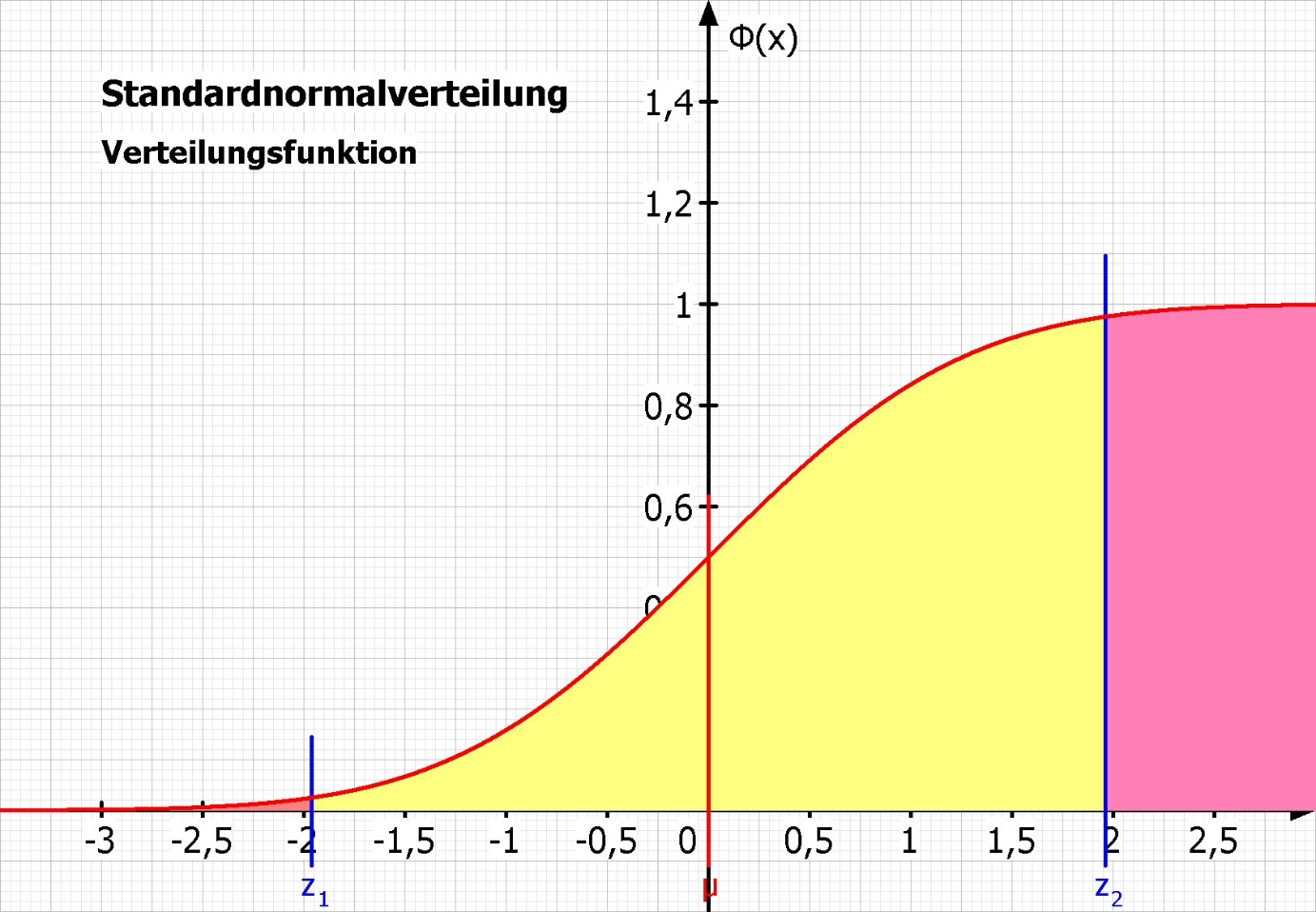
#### I. Aufgaben zur Standardnormalverteilung

Die Zufallsgröße Z ist normalverteilt mit dem Erwartungswert µ=0 und der Standardabweichung σ=1.  
Bestimme die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Tabelle der Verteilungsfunktion Φ(x) der Standardnormalverteilung:

1. P(Z ≤ -1,64)
2. P(Z ≥ 1,28)
3. P(-1,96 ≤ Z ≤ 1,96)

##### Lösung

**Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der in MatheGrafix integrierten Tabelle der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung:**  
 ****

****

1. P(Z ≤ -1,64) = Φ(-1,64) = 5,05%
2. P(Z ≥ 1,28) = 1 - Φ(1,28) = 10,03%
3. P(-1,96 ≤ Z ≤ 1,96) = Φ(1,96) - Φ(-1,96) = 95,00%

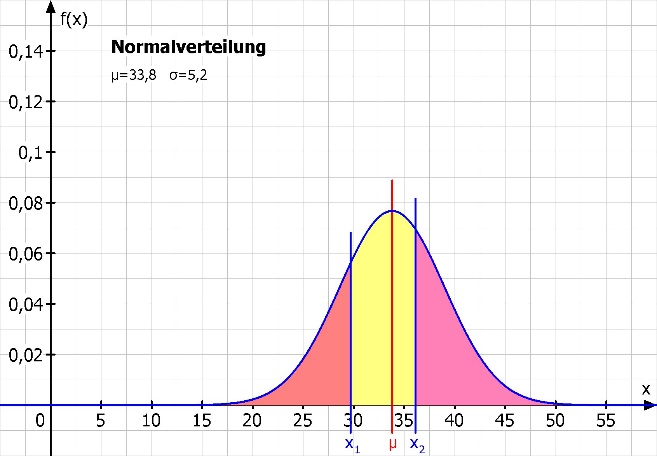
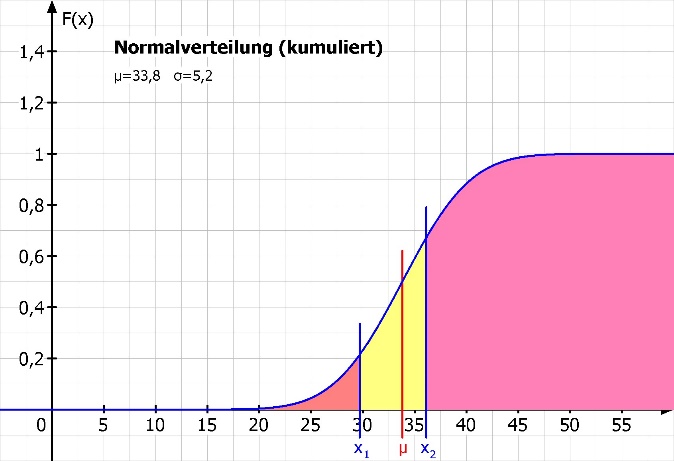
**Bilder:** Links ist die Dichtefunktion φ(x) und rechts die Verteilungsfunktion Φ(x) der Standardnormalverteilung zu Teilaufgabe c.

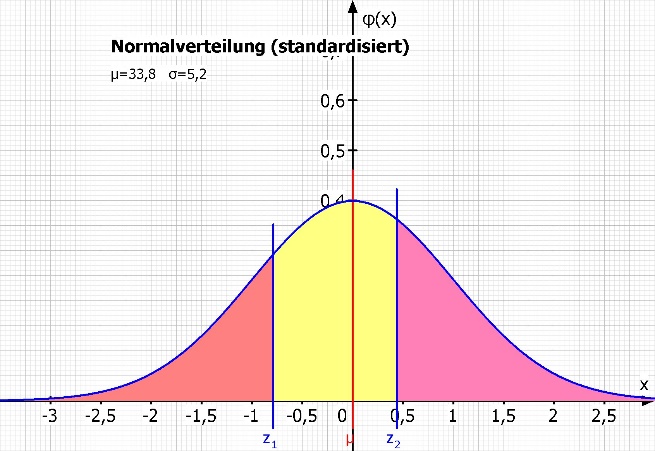
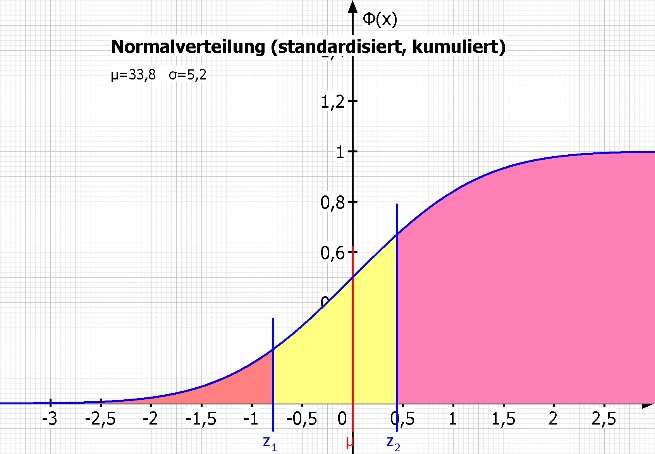
#### II. Aufgaben zur Normalverteilung mit µ = 33,8 und σ = 5,2

Die Zufallsgröße X ist normalverteilt mit dem Erwartungswert µ = 33,8 und der Standardabweichung σ = 5,2.  
Bestimme die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Tabelle der Verteilungsfunktion Φ(x) der Standardnormalverteilung:

1. P(X ≤ 27,4)
2. P(X ≥ 38,1)
3. P(29,7 ≤ X ≤ 36,1)

##### Lösung

**Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der in MatheGrafix integrierten Tabelle der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung:**  
  
  

1. P(X ≤ 27,4) = Φ(-1,23) = 10,93%
2. P(X ≥ 38,1) = 1 - Φ(0,83) = 20,33%
3. P(29,7 ≤ X ≤ 36,1) = Φ(0,44) - Φ(-0,79) = 45,52%

**Bilder**  
In der ersten Reihe sieht man links die Dichtefunktion und rechts die Verteilungsfunktion der Zufallsgröße X zu Teilaufgabe c.  
In der zweiten Reihe sind die Dichtefunktion und Verteilungsfunktion standardisiert. MatheGrafix transformiert automatisch die Werte x1 = 29,7 und x2 = 36,1 zu den Werten z1 = -0,79 und z2 = 0,44 und stellt sie als Senkrechte dar.

## Aufgaben: Binomialverteilung

Auf dieser Seite findet man zwei Grundaufgaben zur Binomialverteilung, die üblicherweise mit der Tabelle der summierten Binomialverteilung oder über die Näherung mit der Tabelle der Normalverteilung gelöst werden.

#### Information: Die Tabellen der Formelsammlung werden nicht mehr benötigt!

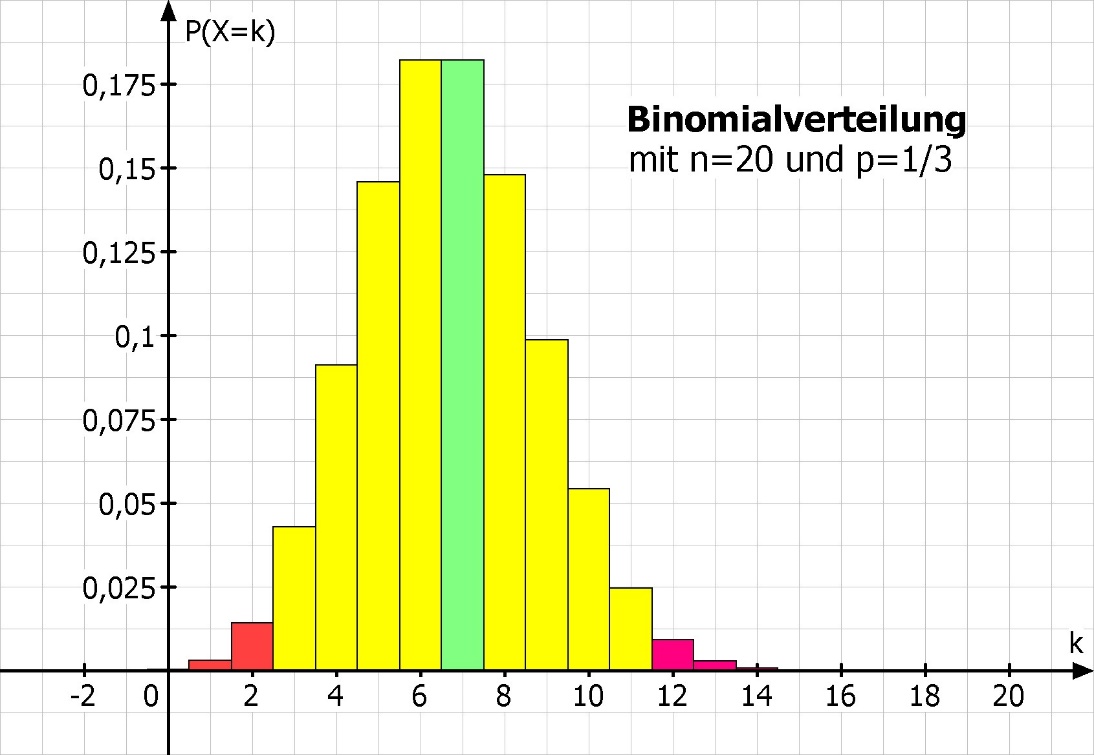
MatheGrafix macht das Nachschlagen in den Tabellen der Formelsammlung überflüssig: Die Tabellen der Binomialverteilung, der summierten Binomialverteilung und der Standardnormalverteilung sind in MatheGrafix integriert, d.h. MatheGrafix rechnet mit genau diesen Tabellenwerten.

#### I. Aufgaben zur Binomialverteilung mit Tabellen

Eine Zufallsgröße X ist B20;1/3-verteilt, also binomialverteilt mit n=20 und p=1/3.  
Berechne die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Tabelle der summierten Binomialverteilung für n=20 und p=1/3:

1. P(X ≤ 4)
2. P(X ≥ 7)
3. P(3 ≤ X ≤ 11)
4. P(X > 10)
5. P(5 ≤ X < 8)
6. P(4 < X < 16)
7. P(X = 7)

##### Lösung

**Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der in MatheGrafix integrierten Tabellen der summierten Binomialverteilung:**   
Die Aufgaben a bis f können direkt abgelesen werden, die Aufgaben d bis g werden angepasst, dann abgelesen:  
  


1. P(X ≤ 4) = 15,15%
2. P(X ≥ 7) = 52,07%
3. P(3 ≤ X ≤ 11) = 96,94%
4. P(X > 10) = P(X ≥ 11) = 3,76%
5. P(5 ≤ X < 8) = P(5 ≤ X ≤ 7) = 51,0%
6. P(4 < X < 16) = P(5 ≤ X ≤ 15) = 84,85%
7. P(X = 7) = P(7 ≤ X ≤ 7) = 18,22%

**Bild:** Das Histogramm zeigt Teilaufgabe c.

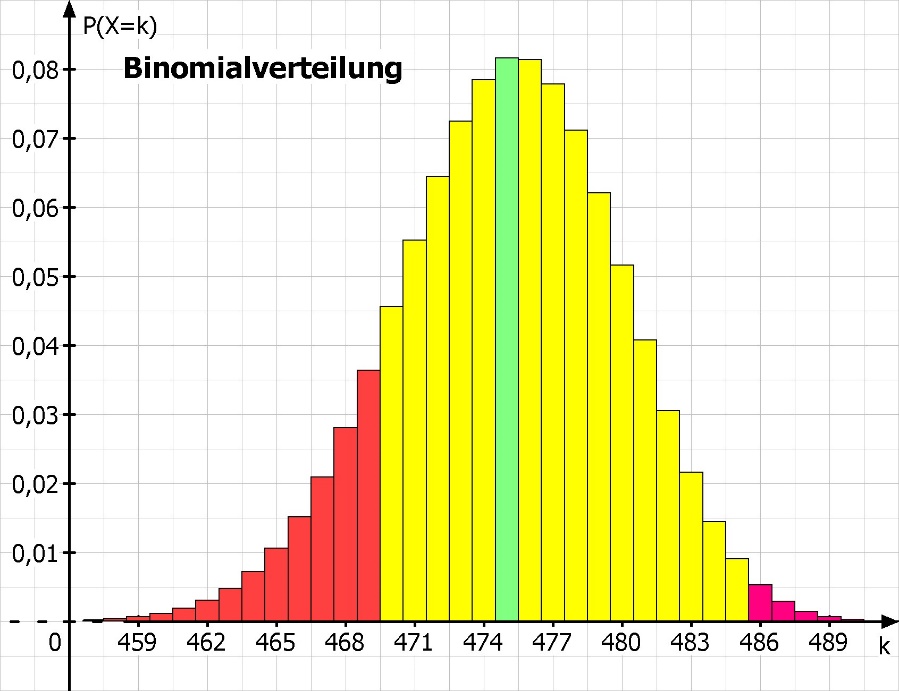
Sehr oft gibt es Aufgaben zur Binomialverteilung mit einer Anzahl n oder einer Wahrscheinlichkeit p, zu denen in den Formelsammlungen keine Tabellen zu finden sind. Hier benutzt man die Näherungsformel von de Moivre-Laplace, jeweils mit oder ohne Stetigkeitskorrektur von 0,5, wenn die Faustformel n\*p\*(1-p)>9 erfüllt ist.  
In MatheGrafix können diese Aufgaben zusätzlich auch für sehr große n und beliebige Wahrscheinlichkeit p mit den Tabellenwerten der Binomialverteilung gelöst werden.

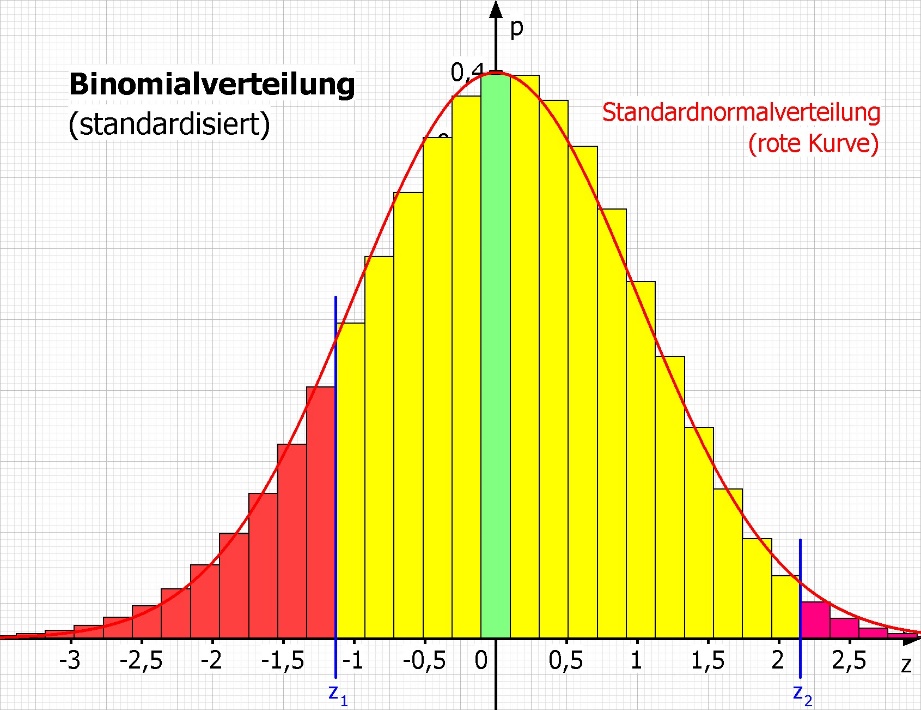
#### II. Aufgaben zur Binomialverteilung mit der Näherungsformel von de Moivre-Laplace

Eine Zufallsgröße X ist B500;0,95-verteilt, also binomialverteilt mit n=500 und p=95%.  
Berechne die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Tabelle der Näherungsformel von de Moivre-Laplace:

1. P(X ≤ 470)
2. P(X ≥ 480)
3. P(470 ≤ X ≤ 485)

##### Lösung

**Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der in MatheGrafix integrierten Näherungsformel von de Moivre-Laplace:**  
Berechneter Mittelwert µ = n\*p = **475**, berechnete Standardabweichung σ = √(n\*p\*q) = √23,75 = **4,8734**  
  
 



1. ohne Korrektur: P(X ≤ 470) = Φ((470-475)/√23,75) ≈ Φ(-1,03) = 15,15%  
   mit Korrektur: P(X ≤ 470) = Φ((470+0,5-475)/√23,75) ≈ Φ(-0,92) = 17,88%
2. mit Korrektur: P(X ≥ 480) = Φ((470-0,5-480)/√23,75) ≈ Φ(-0,92) = 1 - Φ(0,92) = 17,88%
3. ohne Korrektur: P(470 ≤ X ≤ 485) ≈ Φ(2,05) - Φ(-1,03) = 82,83%  
   mit Korrektur: P(470 ≤ X ≤ 485) ≈ Φ(2,15) - Φ(-1,13) = 85,50%

**Bild oben:** Diese Darstellung zeigt Teilaufgabe c mit P(470 ≤ X ≤ 485).   
**Bild unten:** Das Histogramm von Teilaufgabe c zeigt die standardisierte Binomialverteilung, darüber wurde (rote Kurve) die Normalverteilung gelegt. Die transformierten Grenzen werden als Senkrechte (blau) dargestellt.